

Leçon : Développement Factorisation : Identités remarquables
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

1- Développement

Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$, alors :

$$(a + b)c = ac + bc \quad , \quad (a - b)c = ac - bc$$

$$c(a + b) = ca + cb \quad , \quad c(a - b) = ca - cb$$

Exemple :

$$A(x) = 2x^2 + 4$$

$$= 2 \times x^2 + 4 \times 1$$

$$= 2x^2 + 4$$

Règle

Soient $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ (nombres réels). Alors :

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

Exemple : Développement et simplification

$$C(x) = (2x - 3 + 1)(x + 3 - 1)$$

$$= (2x - 2)(x + 2)$$

$$= 2x \times x + 2x \times 2 - 2 \times x - 2 \times 2$$

$$= 2x^2 + 4x - 2x - 4$$

$$= 2x^2 + 2x - 4$$

$$D(x) = (2x - 4 - 3)(x - 4 + 3)$$

$$= (2x - 7)(x - 1)$$

$$= 2x \times x - 2x \times 1 - 7 \times x + 7 \times 1$$

$$= 2x^2 - 2x - 7x + 7$$

$$= 2x^2 - 9x + 7$$

$$B(x) = 3x^5 + 4x^3 + 5x^4$$

$$= 12x^5 + 20x^4$$

2) Factorisation

Règle :

Soient a , b et c des nombres réels.

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(b - c)$$

Exemple :

$$A = 2abc + 7ab - 11ac = a(2bc + 7b - 11c)$$

$$B = 2x(x - 1) + (x - 1)(4x + 5)$$

$$= (x - 1)[2x + (4x + 5)]$$

$$= (x - 1)(6x + 5)$$

3) Identités remarquables

Règle :

Soient a , b et c des nombres réels.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemple :

$$A = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$= 5 - 2 \times \sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$$

$$B = (3\sqrt{5} - 1)^2 = (3\sqrt{5})^2 - 2 \times 3\sqrt{5} \times 1 + 1^2$$

$$= 9 \times 5 - 6\sqrt{5} + 1 = 45 - 6\sqrt{5} + 1 = 46 - 6\sqrt{5}$$

$$C = (x - 3)(x + 3)$$

$$= x^2 - 3^2$$

$$= x^2 - 9$$

$$D = (x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$E = (3x + \sqrt{7})^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 = 9x^2 + 6x\sqrt{7} + 7$$