

## 1. Les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle

### Définition

Le **cosinus** d'un angle aigu dans un triangle rectangle est le rapport du côté adjacent à cet angle sur l'hypoténuse :

$$\cos(\hat{x}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Le **sinus** d'un angle aigu dans un triangle rectangle est le rapport du côté opposé à cet angle sur l'hypoténuse :

$$\sin(\hat{x}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

La **tangente** d'un angle aigu dans un triangle rectangle est le rapport du côté opposé à cet angle sur le côté adjacent :

$$\tan(\hat{x}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

### Exemple 1

Dans un triangle rectangle  $ABC$  rectangle en  $A$ , on a :

- $AB$  est adjacent à  $\widehat{ACB}$  et opposé à  $\widehat{ABC}$
- $AC$  est adjacent à  $\widehat{ABC}$  et opposé à  $\widehat{ACB}$
- $BC$  est l'hypoténuse

Les rapports trigonométriques sont :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}, \quad \cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}, \quad \sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}, \quad \tan(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC}$$

## Exemple 2

Soit un triangle rectangle  $ABC$  en  $A$  tel que :

$$AB = 3 \text{ cm}, \quad AC = 4 \text{ cm}, \quad BC = 5 \text{ cm}$$

On calcule les rapports trigonométriques de l'angle  $\widehat{ACB}$  :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$\sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\tan(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

## 2. Relations fondamentales entre les fonctions trigonométriques

### Propriété

Pour tout angle aigu  $x$ , on a :

$$0 < \sin(x) < 1, \quad 0 < \cos(x) < 1$$

Relation fondamentale :

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Lien entre sinus, cosinus et tangente :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

### Exemple

Soit  $\cos(x) = \frac{2}{3}$ , calculons  $\sin(x)$  et  $\tan(x)$  :

$$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad \Rightarrow \quad \sin(x) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

### 3. Rapports trigonométriques de deux angles complémentaires

#### Définition

Si deux angles aigus sont complémentaires (leur somme est égale à  $90^\circ$ ), alors :

- Le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre :

$$\sin(x) = \cos(90^\circ - x)$$

- La tangente de l'un est l'inverse de la tangente de l'autre :

$$\tan(x) = \frac{1}{\tan(90^\circ - x)}$$

#### Exemple

Dans le triangle rectangle  $ABC$ , rectangle en  $A$  :

$$\sin(\widehat{ACB}) = \cos(\widehat{ABC}), \quad \cos(\widehat{ACB}) = \sin(\widehat{ABC})$$

$$\tan(\widehat{ACB}) = \frac{1}{\tan(\widehat{ABC})}$$