

Définition

Définition

Soit a un nombre réel non nul et n un entier naturel supérieur ou égal à 1.
Le produit de n facteurs égaux à a est appelé **la puissance de base a et d'exposant n** . On écrit :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Convention :

Convention

$$a^0 = 1 \quad ; \quad a^1 = a$$

Exemples :

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4$$

$$(2^5)^4 = 2^5 \times 2^5 \times 2^5 \times 2^5$$

$$320^0 = 1 \quad ; \quad 225^1 = 225$$

Opérations sur les puissances

Propriétés générales

Soient a et b deux nombres réels non nuls, et n et m deux entiers naturels strictement positifs.

1) Même base :

Puissances de même base

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Leçon : Les Puissances

Niveau : Troisième année collège

Préparé par : equipe DiagnoMath

2) Même exposant :

Puissances de même exposant

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

3) Inverse :

Puissance négative

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Exemples :

$$(-3)^4 \times (-3)^2 = (-3)^{4+2} = (-3)^6$$

$$3^5 \times 7^5 = (3 \times 7)^5 = 21^5$$

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Puissances de 10

Propriétés des puissances de 10

$$10^n = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = 0, \underbrace{00 \dots 01}_{n \text{ zéros après la virgule}}$$

$$10^0 = 1 \quad ; \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Exemples :

$$1\ 000\ 000 = 10^6 \quad ; \quad 10^4 = 10\ 000 \quad ; \quad 0.000001 = 10^{-6}$$

Écriture scientifique

Définition de l'écriture scientifique

Soit x un nombre réel positif. L'écriture scientifique de x est :

$$x = a \times 10^p \quad \text{où } 1 \leq a < 10 \quad \text{et } p \in \mathbb{Z}$$

Remarque : L'écriture scientifique d'un nombre négatif $-x$ est :

$$-x = -a \times 10^p$$

Exemples :

$$543\,000 = 5.43 \times 10^5$$

$$-25\,000 = -2.5 \times 10^4$$

$$0.000043 = 4.3 \times 10^{-5}$$

$$-0.00752 = -7.52 \times 10^{-3}$$