

Leçon : Ordre et Opérations
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

1. Comparaison de deux nombres réels

Propriété

Pour comparer deux nombres réels a et b , on examine le signe de la différence $a - b$:

- Si $a - b \geq 0$, alors $a \geq b$
- Si $a - b \leq 0$, alors $a \leq b$

Exemple :

Comparons $\frac{3}{7}$ et 9 :

$$9 - \frac{3}{7} = \frac{63 - 3}{7} = \frac{60}{7} > 0 \Rightarrow 9 > \frac{3}{7}$$

2. Ordre et opérations

a) Ordre et addition

Propriété

Pour tous nombres réels a , b , et k :

- Si $a \leq b$, alors $a + k \leq b + k$
- Si $a \leq b$, alors $a - k \leq b - k$

Exemple :

Si $a + b \geq 4$, alors on a aussi :

$$a + b - 3 \geq 4 - 3 \Rightarrow a + b - 3 \geq 1$$

Propriété

Si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors $a + c \leq b + d$

Exemple :

Si $a + 3 \leq 3$ et $b + 4 \leq 2$, alors :

$$a + b \leq 3 - 3 + 2 - 4 \Rightarrow a + b \leq -2$$

Leçon : Ordre et Opérations
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

b) Ordre et multiplication

Propriété

Pour tous nombres réels a , b , et k :

- Si $a \leq b$ et $k \geq 0$, alors $a \times k \leq b \times k$
- Si $a \leq b$ et $k \leq 0$, alors $a \times k \geq b \times k$

Exemple :

Si $a \leq \frac{4}{3}$ et $a \geq 0$, alors :

$$3 \times a \leq 3 \times \frac{4}{3} \Rightarrow 3a \leq 4$$

Si $b \geq 0$ et $b \leq 2$, alors :

$$-2 \times b \geq -2 \times 2 \Rightarrow -2b \geq -4$$

3. Encadrement

Propriété 1

Si $x \leq a \leq y$ et $z \leq b \leq t$, alors :

$$x + z \leq a + b \leq y + t$$

Exemple :

Si $1 \leq x \leq 5$ et $-\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{4}{3}$, alors :

$$1 - \frac{3}{2} \leq x + y \leq 5 + \frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x + y \leq \frac{19}{3}$$

Propriété 2

Si $x \leq a \leq y$, alors :

$$-y \leq -a \leq -x$$

Exemple :

Si $3 \leq x \leq 4$, alors :

$$-4 \leq -x \leq -3$$

Leçon : Ordre et Opérations

Niveau : Troisième année collège

Préparé par : equipe DiagnoMath

Propriété 3

Si $x \leq a \leq y$ et $z \leq b \leq t$, alors :

$$x - t \leq a - b \leq y - z$$

Exemple :

Si $1 \leq x \leq 5$ et $-\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{4}{3}$, alors :

$$1 - \frac{4}{3} \leq x - y \leq 5 - \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x - y \leq \frac{13}{2}$$