

Leçon : Racines Carrées
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

1. Racine carrée d'un nombre réel

Définition :

Si a est un nombre réel positif, le nombre x dont le carré est égal à a s'appelle la **racine carrée** de a .

$$x^2 = a \iff x = \sqrt{a}$$

Exemple :

$$x^2 = 11 \iff x = \sqrt{11}$$

Remarques :

- Si $a \geq 0$, alors : $\sqrt{a^2} = |a|$
- Si $a > 0$, alors : $(\sqrt{a})^2 = a$

Exemples :

$$\begin{aligned}\sqrt{16} &= 4 \quad \text{car} \quad 4^2 = 16 \\ \sqrt{36} &= 6 \quad \text{car} \quad 6^2 = 36\end{aligned}$$

2. Opérations sur les racines carrées

Propriété :

Si a et b sont deux nombres réels positifs et $b \neq 0$, alors :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exemples :

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

3. Éliminer la racine carrée du dénominateur

Propriété 1 :

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad \text{avec} \quad a > 0$$

Exemple :

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Leçon : Racines Carrées
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

Propriété 2 :

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$$

Exemple :

$$\frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{2 \times (1 - \sqrt{5})}{(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})} = \frac{2(1 - \sqrt{5})}{1 - 5} = -\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Remarque : Le conjugué de $1 + \sqrt{5}$ est $1 - \sqrt{5}$.

4. Exercices d'application

- **Exercice 1 :** Calculez les racines carrées suivantes :

- $\sqrt{49}$
- $\sqrt{100}$
- $\sqrt{225}$

- **Exercice 2 :** Simplifiez les expressions suivantes :

- $\sqrt{18}$
- $\sqrt{50}$
- $\frac{3}{\sqrt{7}}$

- **Exercice 3 :** Éliminez la racine carrée du dénominateur :

- $\frac{4}{\sqrt{3}}$
- $\frac{5}{2 - \sqrt{3}}$

4. Solution d'exercices

- **Exercice 1 :** Calculez les racines carrées suivantes :

- $\sqrt{49} = 7$
- $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt{225} = 15$

Leçon : Racines Carrées
Niveau : Troisième année collège
Préparé par : equipe DiagnoMath

- **Exercice 2** : Simplifiez les expressions suivantes :

$$- \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$- \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$- \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3 \times \sqrt{7}}{7}$$

- **Exercice 3** : Éliminez la racine carrée du dénominateur :

$$- \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$- \frac{5}{2-\sqrt{3}} = \frac{5(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{5(2+\sqrt{3})}{4-3} = 5(2+\sqrt{3}) = 10 + 5\sqrt{3}$$

Bilan de la leçon

Propriété	Règle
Définition de la racine carrée	La racine carrée d'un nombre positif est le nombre dont le carré est égal au nombre donné.
Multiplication des racines	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
Division des racines	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
Élimination de la racine au dénominateur	Multiplier par le conjugué ou utiliser $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$