

Matière :
Mathématique
Niveau : 3AC
Durée : 10 h

Les systèmes

Professeur :
DiagnoMath
Année Scolaire :
2024/2025

Activité :

La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 52 m

On pose : x la longueur de ce rectangle

Et y sa largeur

Ecrire une relation entre x et y sachant que son périmètre est 396 m

Montrer que x et y réalisent les deux conditions

$$\begin{cases} x - y = 52 \\ x + y = 198 \end{cases}$$

On appelle cette écriture un système de deux équations à deux inconnues

Résoudre un système veut dire trouver les couples (x, y) qui vérifient les deux équations simultanément (à la fois)

II) Définition :

On appelle système de deux équations à deux inconnues x et y toute écriture

$$(S) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Où a, b, c, a', b', c' sont des nombres réels donnés

Remarque :

Résoudre un système de deux équations consiste à déterminer tous les couples (x, y) pour lesquels ces deux équations sont vérifiées simultanément

III) Résolution d'un système :

1) Méthode de résolution algébriques :

a) Méthode de substitution :

Technique :

On détermine l'une des deux inconnues en fonction de l'autre dans l'une des deux équations puis on le substitue (remplace) dans l'autre équation.

Exemple :

Résoudre le système :

$$(S) \begin{cases} 2x - y = 7 & (1) \\ 3x + 4y = 12 & (2) \end{cases}$$

A partir de l'équation (1), on trouve $y = 2x - 7$

Et dans l'équation (2) on remplace y par $2x - 7$

$$\text{On obtient alors } \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 3x + 4(2x - 7) = 12 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 3x + 8x = 12 + 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ x = \frac{40}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{11} \\ x = \frac{40}{11} \end{cases}$$

Le couple $(\frac{3}{11}, \frac{40}{11})$ est solution du système (S)

b) Méthode de résolution par combinaison linéaire

Technique :

On annule l'une des deux inconnues en additionnant les deux équations multipliées par des coefficients convenables membre à membre

Exemple :

Résoudre le système :

$$(S) \begin{cases} 5 \times \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -5x + 4y = -6 \end{cases} \\ 2 \times \end{cases}$$

Multiplions les deux membres de la première équation par 5 et ceux de la seconde par 2

$$\begin{cases} 10x - 15y = 5 \\ -10x + 8y = -12 \end{cases}$$

On additionne membre à membre on obtient $-15y + 8y = 5 - 12$

$$\text{Donc } -7y = -7$$

$$y = 1$$

On peut faire la même chose pour éliminer y

Remplace y par x

2) Méthode de résolution graphique

Exemple :

Résoudre le système :

$$\begin{cases} (D_1) & 4x - y = 5 \\ (D_2) & -x + 3y = 7 \end{cases}$$

Tracer la droite d'équation (D_1) et celle de la droite (D_2)

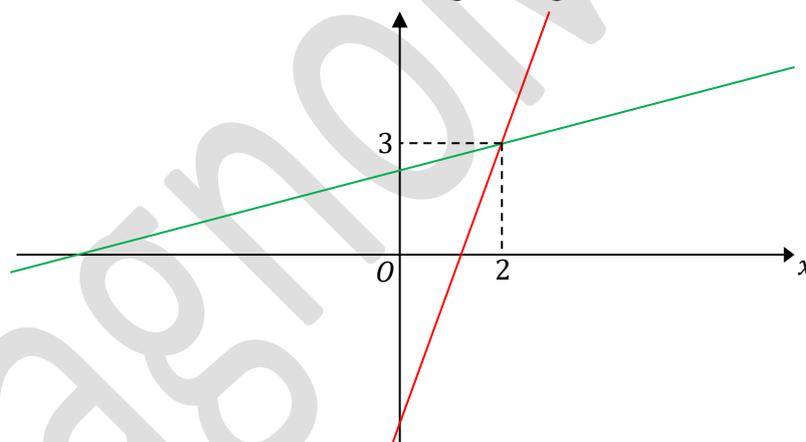
$$\begin{cases} 4x - y = 5 \\ -x + 3y = 7 \end{cases}$$

Signifier

$$\begin{cases} y = 4x - 5 \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \end{cases}$$

On considère les droites

$$(D_1): y = 4x - 5 \text{ et } (D_2): y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$



(D_1) et (D_2) n'ont pas la même pente,

Donc (D_1) et (D_2) sont sécantes en $M(2; 3)$

D'où $(2,3)$ est la solution du système