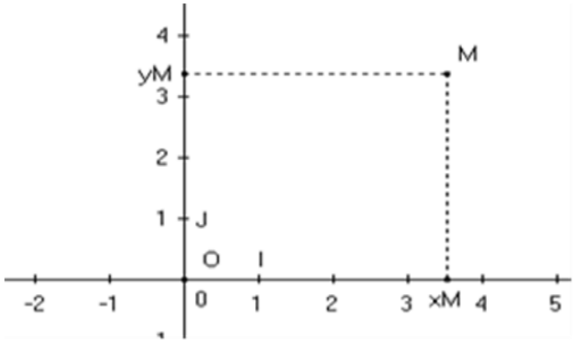
Matière : Mathématique
Niveau : 3 APIC
Durée : 5 h

Repère dans le plan

Professeur : DiagnoMath
Année Scolaire :2024/2025

Activité ❶ :

1-Recopie et complète les phrases suivantes :



- (O ; I ; J) est appelé……….
- O est ……………………….
- **(OI)** est appelé …………...
- **(OJ)** est appelé …………..
- x_M est appelé ……………
- y_M est appelé ……………
- Le couple (x_M ; y_M) s'appelle

  …………………………….

2-Détermine les coordonnées des points : O et I et J.

3- Dans un repère (O ;I,J) Place les points :

$A(3\,;-2)$; $B(1\,;6)$

$D(-1\,;-1)$; $C(0\,;-5)$

$E(-3\,;0)$; F(0,5 ;-2)

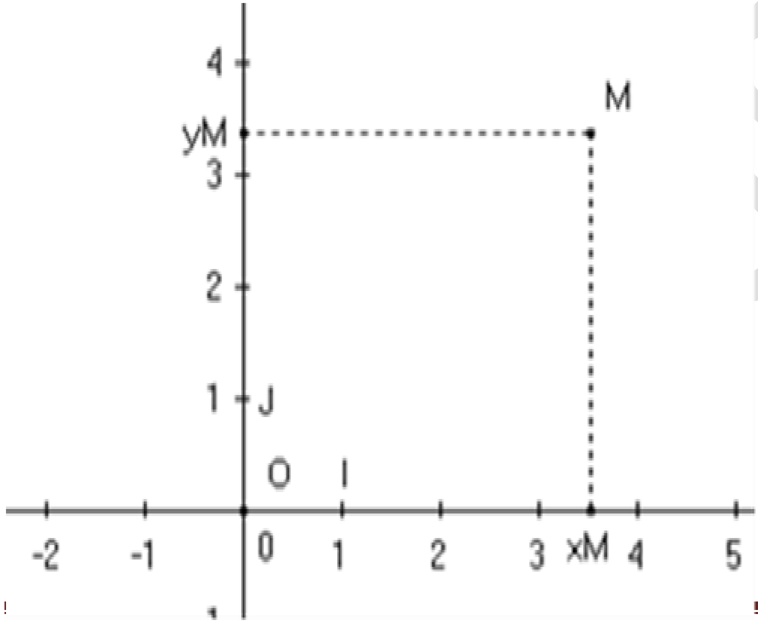
1) Les coordonnées d'un point :

Définition :

Soit un repère orthogonal (O ;I,J)

Alors tout point M du plan est repéré par un unique couple de réels $(x_M\,;\,y_M)$. Ce couple $(x_M\,;y_M)$est appelé coordonnées du point M.

Par ailleurs, x_M désigne l'abscisse du point M et y_M désigne l'ordonnée du point M



★ **Remarques :**

1-Si OI=OJ alors on dit que (O ; I ; J) est un repère orthogonal **orthonormé.**

2- Si M appartient à l'axe des abscisses alors son ordonné est nul

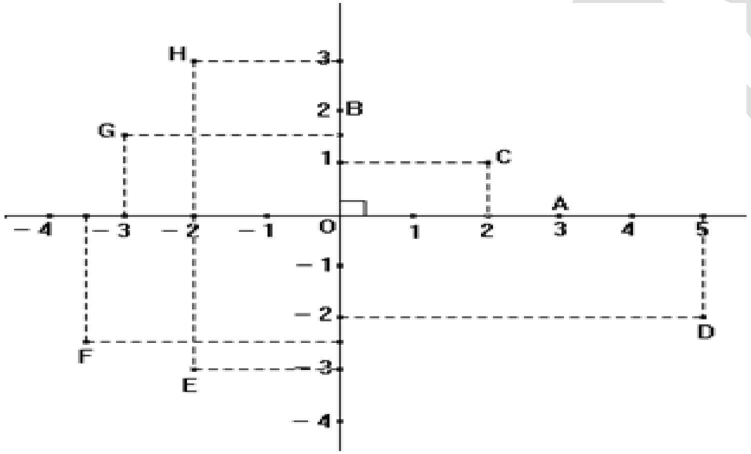
On écrit : M(x_M; 0)

3- Si M appartient à l'axe des ordonnées alors son abscisse est nul

On écrit : M($\mathbf{0}$; $\boldsymbol{y_M}$)

Application 1:

Dans le repère orthogonal cidessous, on a placé les points A, B, C, D, E, F, G et H.



Écrire les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H.

- **Application 2 :**

1. Sur papier quadrillé, tracer un repère orthogonal d'origine O

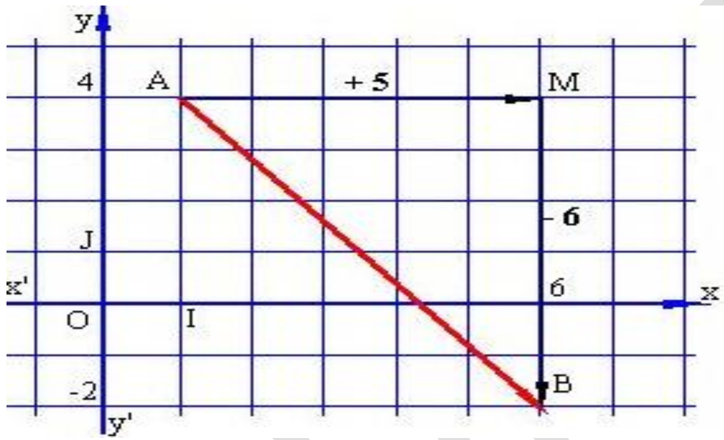
2. Placer les points :

3. $M(1;-3)$, $N(-2;-4)$, $P(0;3)$, $Q(0{,}5\,;0)$.

Activité 2 :

Soit les points A(1;4) et B(6;-2).

Les coordonnées de vecteur d'origine A et d'extrémité B expriment les déplacements qu'il faut effectuer pour aller de A à B, **en suivant des chemins parallèles aux axes**.



Soit les points A(1;4) et B(6;-2).

Les coordonnées de vecteur d'origine A et d'extrémité B expriment les déplacements qu'il faut effectuer pour aller de A à B, **en suivant des chemins parallèles aux axes**.

D'où : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,(5\,;-6)$

1- Calcule $\boldsymbol{x_B - x_A}$ puis $\boldsymbol{y_B - y_A}$

2- Que peut-on déduire ?

Calcule Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{JB}$; $\overrightarrow{OA}$

2) Coordonnées d'un vecteur :

Propriété 1:

Dans le plan muni du repère (O,I,J) on considère les points $\boldsymbol{A(x_A, y_A)}$ et $\boldsymbol{B(x_B,\ y_B)}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ sont :

$$\boldsymbol{(x_B - x_A,\ y_B - y_A)}$$

Exemples :

A(0 ;2); B(-3 ;-2);C(-5 ;0) et D(4 ;-1) :

$\overrightarrow{AB}(xB - xA; yB - yA)$ $\overrightarrow{DC}(xC - xD; yC - yD)$

$\overrightarrow{AB}(-3 - 0; -2 - 2)$ $\overrightarrow{DC}(-5 - 4;\ 0 - (-1))$

$\overrightarrow{AB}(-3;-4)$ $\overrightarrow{DC}(-9;\ 1)$

Conséquence :

Si $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ $(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{y})$ alors : $\boldsymbol{AB} = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$

Propriété 2:

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées:

Si $\overrightarrow{\boldsymbol{DC}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ alors $\begin{cases} \boldsymbol{x_C - x_D = x_B - x_A} \\ \boldsymbol{y_C - y_D = y_B - y_A} \end{cases}$

Exemples:

On donne A(- 2 ; 3), B(- 3 ; - 1) et C(0 ; - 1)

Application 3:

Dans le repère (O, I, J), on donne A(- 2 ; 1), B(2 ; 3) et C(3 ; - 1).

Détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$

Application 4 :

Dans le repère (O, I, J), on donne A(- 2 ; 1), B(2 ; 3) et C(3 ; - 1).

Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Activité ③ :

Soient les points A (xA; yA) et B(xB; yB),Soit K est le milieu du segment[AB]

1- Montre que :

$$xB - xM = xM - x \ \ et$$

$$yB - yM = yM - yA$$

2- Déduire que :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

3) Milieu d’un segment :

Propriété :

Dans un repère quelconque

Soient t A ($\mathbf{x}_A$; $\mathbf{y}_A$) et B($\mathbf{x}_B$; $\mathbf{y}_B$),

Si K est le milieu du segment[AB] alors :

$$\mathbf{K}\left(\frac{\mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B}{\mathbf{2}} \ ; \frac{\mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B}{\mathbf{2}}\right)$$

Exemple : Soient **A(3 ;5) et B(1 ;-3)**

K le milieu du segment [AB] a pour coordonnées :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad ; \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$x_K = \frac{3+1}{2} \quad ; \quad y_K = \frac{5+(-3)}{2}$$

$$x_K = \frac{4}{2} \quad ; \quad y_K = \frac{2}{2}$$

$$x_K = 2 \quad ; \quad y_K = 1$$

D'où : $K(2\,;1)$

Application 6:

Calculer les coordonnées du point M milieu du segment [AB].

a) A(-3 ; 4) et B(7 ; 2).

b) A(1 ;-2) et B(-1 ;-4)

Application 7:

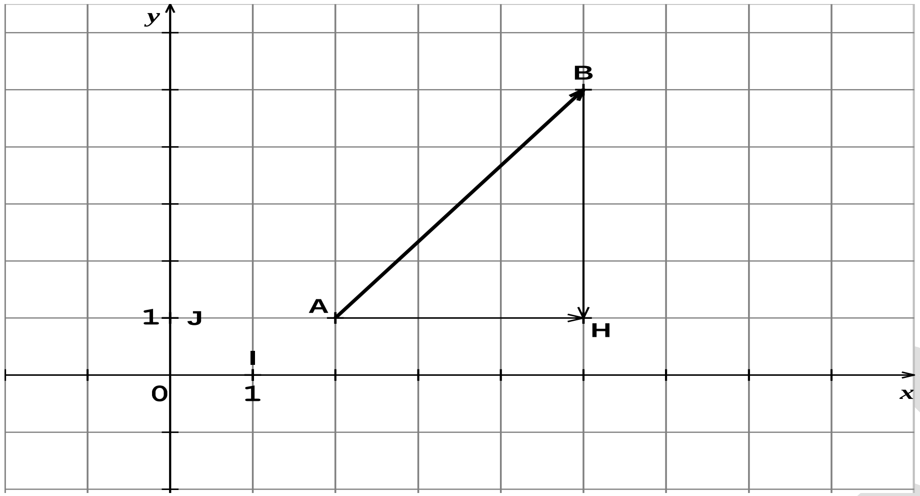
On donne les points A(1 ; 2),I(-2 ; 0),R(-1 ;-3) et E(2;-1).

1- Calculer les coordonnées des milieux M et N des segments $[AR]$ et $[IE]$.

2- Le quadrilatère $AIRE$ est-il un parallélogramme ? Justifier.

Activité ❹ :

On considère la figure suivante :



1- Vérifier que : $AH = xB - xA$ et

$$BH = yB - yA$$

2- Quelle est la nature du triangle ABH?
3- Montrer que :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

4) Milieu d’un segment :

Propriété :

Dans un repère quelconque

Soient t A $(\mathbf{x_A}; \mathbf{y_A})$ et B$(\mathbf{x_B}; \mathbf{y_B})$, Si K est le milieu du segment[AB] alors :

$$\mathbf{K}\left(\frac{\mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B}{\mathbf{2}} \;;\; \frac{\mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B}{\mathbf{2}}\right)$$

Exemple : Soient **A(3 ;5) et B(1 ;-3)**

Calculons la distance AB :

$AB^2 = (xA - xB)^2 + (yA - yB)^2$

$AB^2 = (-3 - 1)^2 + (-1 - 2)^2$

$AB^2 = (-4)^2 + (-3)^2$

$AB^2 = 16 + 9$

$AB^2 = 25$

$AB = 5$

Application 8:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ;I,J)

On donne les points A(3 ;-1), B(4 ;4) et C (-5 ;$\sqrt{2}$).

1) Calculer AB.

2) Calculer la distance entre les points A et C.

3) Quelle est la mesure du segment [BC]?