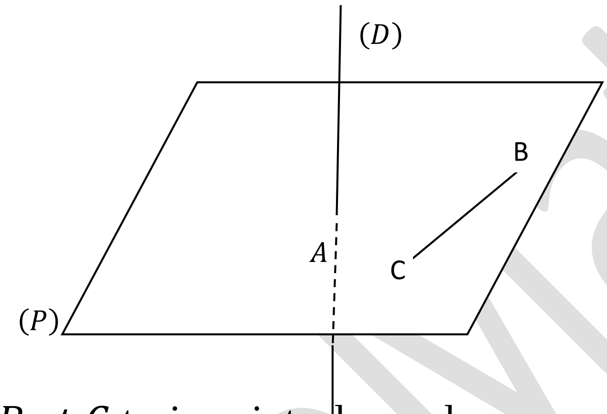
Matière :
Mathématique
Niveau : 3AC
Durée : 8 h

Géométrie dans l'espace

Professeur :
DiagnoMath
Année Scolaire :
2024/2025

I) Rappel

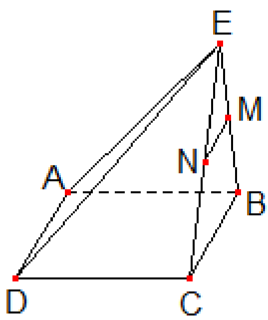
1. *Positions relatives de deux droites dans l'espace :*



(P) un plan $A, B\ et\ C$ trois points de ce plan
$*$ La droite (D) perce le plan (P) en A
Les droites (BC) et (D) ne se coupent pas et non parallèles, On dit que (BC) et (D) sont non coplanaires

En général :
Si aucun plan de l'espace ne contient à la fois les droites (D) et (Δ)
On dit que (D) et (Δ) sont non coplanaires

Exemple :
Dons la pyramide régulière $EABCD$
(MN) ***et*** (AD) *sont coplanaires*
$(MN)//\,(AD)$
$(MN)\ et\ (ED)$ sont non coplanaires



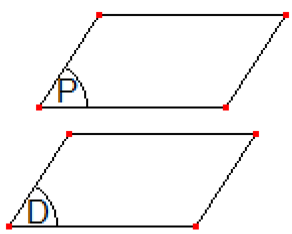
M milieu de [EB]

N milieu de [EC]

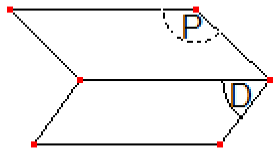
2. Positions relatives de deux plans :

- Deux plans peuvent être parallèles.
  Aucun point en commun ou confondus

Deux plans sont parallèles si deux droites sécantes d'un plan (P) sont parallèles à plan (Q)



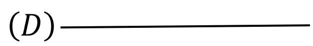
- Si deux plans distincts (P) et (Q)ont un point en commun alors (P) et (Q) se coupent suivant une droite passant par ce point



3. Position d'une droite par rapport à un plan

* Si une droite (D) et un plan (P) ont un seul point en commun, ils sont sécants

* une droite (d) est parallèle à un plan (P) lorsqu'elle n'a aucun point commun avec (P) ou lorsqu'elle est contenue dans (P)



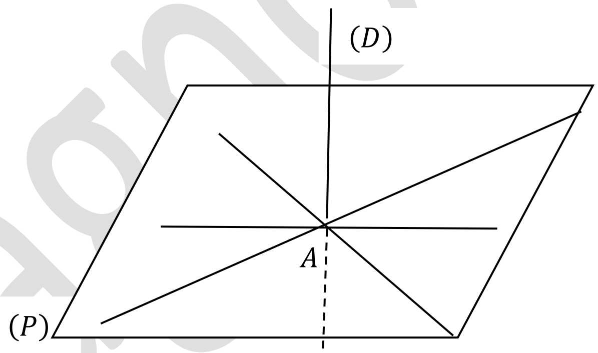
I) Orthogonalité entre une droite et un plan

1. Définition

Une droite (D) est perpendiculaire (ou orthogonale) à un plan (P) en point A s'il existe deux droits sécantes en A de (P) perpendiculaires à (D)

On écrit $(D) \perp (P)$

$\perp$



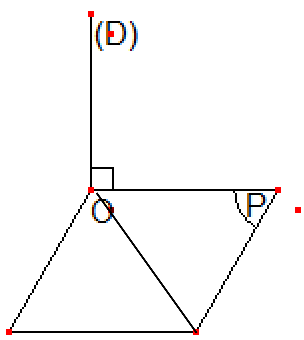
$(L) \perp (D)$ *et* $(d) \perp (D)$ *et comme* (L)*et*(L)*sont dans le plan* (P) *ou*

Inclues dans (P) *alors* $(D) \perp (P)$

2. Propriété :

Si une droite (D) *est perpendiculaire à un plan* (P) *en* O

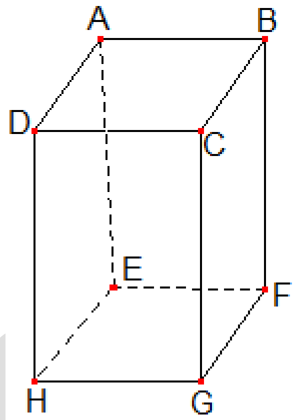
, alors toute droite de (P) *passant par* O *est perpendiculaire à la droite* (D)



Exemple :

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle tel que :

$AB = 4cm, BC = 3cm\ et\ AE = 12cm$



On montre que (AE) $\perp (EG)$ puis on calcule EG

On a $AEHD$ est un rectangle donc : $(AE)\ \perp\ (EF)$

De même $AEHD$ est rectangle donc $(AE)\ \perp\ (EH)$

Et comme : $(FE)\ et\ (EH)$ sont deux droites inclues dans le plan : (EFG) donc $(AE)\ \perp\ (EFGH)$

$(EG)\ \subset\ (EFGH)$

Donc $(AE)\ \perp\ (EG)$

Et par suite le triangle AEG est rectangle en E d'après T.P

$AG^2 = AE^2 + EG^2$

Et on a $EFGH$ un rectangle donc EFG est rectangle en F d'où D. T. P

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

Donc $EG^2 = AE^2 + AB^2 + AD^2$

$EG^2 = 12^2 + 3^2 + 4^2$

$EG^2 = 144 + 9 + 16$

$EG^2 = 169$

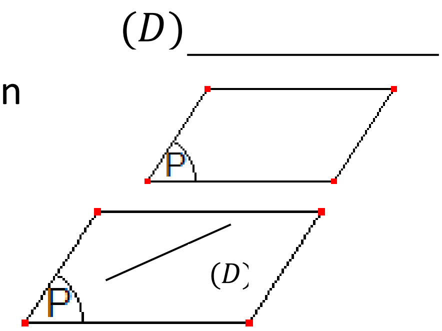
$D'où\ EG = 13$

III) Parallélisme d'une droite et d'un plan :

Propriété 1:

Si une droite (D) et un plan n'ont aucun point commun ou (D) est contenue dans (P) on dit que (D) est parallèle à (P)

Et on écrit $(D)//(P)$



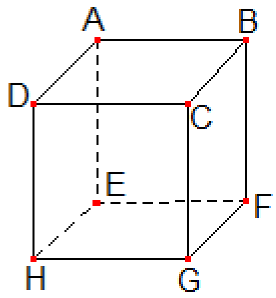
Propriété 2:

Si une droite (D) *est parallèle* à (Δ) contenue dans (P) alors (D) est parallèle à (P)

Exemple :

$ABCDEFGH$ un cube

Montrer que $(AC)//(EFG)$



On a : $\begin{cases}(AE)//(DH)\\ AE = DH\end{cases}$

et $\begin{cases}(DH)//(CG)\\ DH = CG\end{cases}$

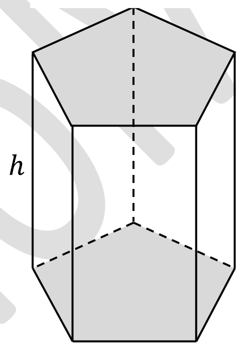
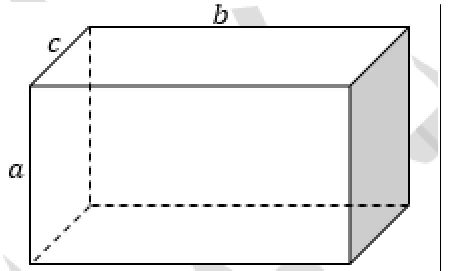
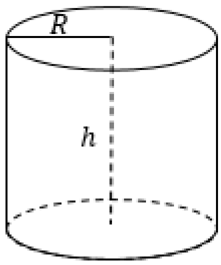
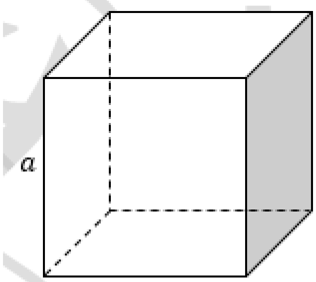
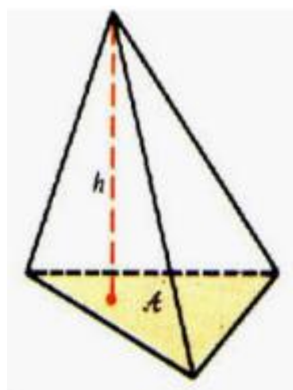
Donc $\begin{cases}(AE)//(CG)\\ AE = CG\end{cases}$

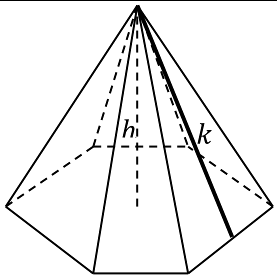
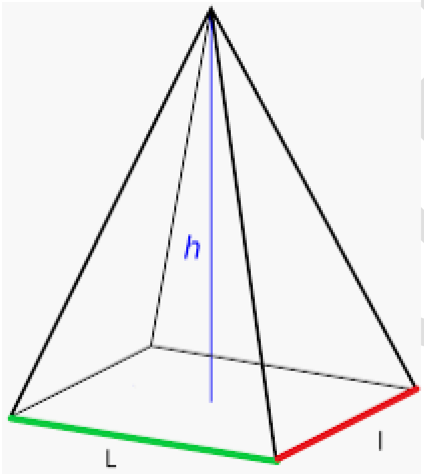
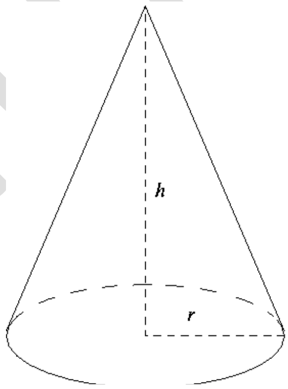
Donc $ACGE$ est un parallélogramme

Donc $\begin{cases}(AC)//(EG)\\ (EG) \subset (EFG)\end{cases}$

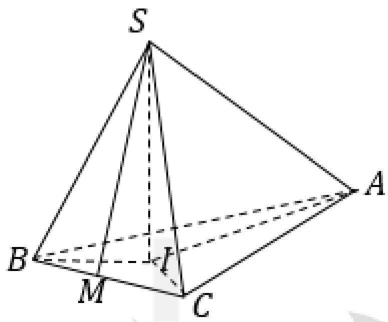
D'où $(AC)//(EFG)$

VI) es volumes et les surface aires

$S_L = P_B \times h$ $S_T = S_L + 2S_B$ $V = S_B \times h$ S_L: surface latérale S_T: surface totale P_B : périmètre de la base S_B : surface de base h : hauteur	Prisme droit  Parallélépipède rectangle  Cylindre  Cube 
$S_L = \frac{1}{2}P_B k$ $S_T = S_L + S_B$ $V = \frac{1}{3}S_B \times h$	

S_L: surface latérale S_T: surface totale P_B : périmètre de la base S_B : surface de base h : hauteur k : génératrice	 Pyramide à base pentagonale Pyramide à base triangulaire  Pyramide à base triangulaire  Cône de révolution

Exercice :



$SABC$ un pyramide régulière à base le triangle équilatéral ABC de centre I et M milieu de $[BC]$

SI est la hauteur de la pyramide $SABC$ tel que $SI = 4\sqrt{15}cm$ et $AB = 6cm$

1- Calculer AM et SM

2-Calcluer A_{ABC} et A_L l'aire latérale de $SABC$ et A_T l'aire totale de $SABC$ et V_{SABC}

3- Soit $E \in [SB]$ tel que $SE = \frac{1}{4}SB$

et $F \in [SC]$ tel que $SF = \frac{1}{4}SC$

(D) une droite qui passe par F et parallèle à (AC) coupe $[SA]$ en G

a- Montrer que $(EF)//(BC)$

b- Montrer que $SG = \frac{1}{4}SA$

d- On obtient une pyramide $SEFG$ est la réduction de $SABC$ par un coefficient k

Calculer k

V) Agrandissement, réduction :

1- Définition :

Lorsque toutes les longueurs d'une figure ou d'un solide sont multipliées par un nombre positif k, on obtient une autre figure ou un autre solide qui est : un agrandissement si $k > 1$

Une réduction si $0 < k < 1$

k est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction

2- Propriété :

Dans l'agrandissement, ou la réduction d'un solide ; si les longueurs sont multipliées par un nombre k strictement positif :

- Les aires sont multipliées par k^2
- Les volumes sont multipliées par k^3